

1. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática

João Pedro da Ponte

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

jpponte@ie.ulisboa.pt

• **Resumo:** Esta introdução passa em revista diversas questões fundamentais da problemática das tarefas como suporte fundamental do ensino-aprendizagem. Para isso, começa por discutir a relação entre os conceitos de tarefa e atividade, tantas vezes confundidos nos manuais escolares e na linguagem do dia-a-dia. Assume-se que os alunos aprendem a partir da sua atividade, que constitui portanto o conceito central a que há que dar atenção. As tarefas são importantes sobretudo pelo modo como podem (ou não) dar origem a atividade educacionalmente promissora. De seguida, presta-se atenção às orientações curriculares e modo como estas valorizam sobretudo um ou outro tipo de tarefa, ao mesmo tempo que se apresentam diversas tipologias que têm sido propostas para distinguir as tarefas que podem usadas no ensino da Matemática. Numa terceira parte dá-se especial atenção à noção de “representação”, necessariamente presente em todo o trabalho nesta disciplina, e também no modo como se apresenta e como se trabalha na resolução de tarefas matemáticas. Finalmente, aborda-se os que acontece às tarefas, entre o momento em que são construídas ou selecionadas pelo professor, até ao momento em que são apresentadas e resolvidas pelos alunos. Na verdade, este processo, da apresentação à realização comporta necessariamente diversas transformações, que tanto podem enriquecer a oportunidade de aprendizagem como comprometer as suas potencialidades. Procura-se, assim, desenvolver um quadro conceptual que ajude a compreender o papel central que as tarefas podem ter na aprendizagem bem como os desafios que o seu uso coloca à prática profissional do professor.

• **Palavras-chave:** Tarefa, Atividade, Representação, Exercício, Problema, Exploração.

Introdução

O ensino da Matemática baseado na exposição magistral do professor não pode mostrar muito interesse na noção de tarefa. Em contrapartida, o ensino que valoriza o papel ativo do aluno na aprendizagem precisa de forma fundamental desta noção, uma vez que as tarefas são o elemento organizador da atividade de quem aprende. Note-se, no entanto, que as tarefas podem desempenhar uma variedade de papéis. Assim, existem tarefas cuja principal finalidade é apoiar a aprendizagem, outras que servem para verificar o que aluno aprendeu (tarefas para avaliação), outras, ainda, que servem para compreender de modo aprofundado as capacidades, processos de pensamento e dificuldades dos alunos (tarefas para investigação).

Uma questão importante, desde logo, é clarificar o conceito de tarefa, relacionando-o do conceito próximo mas distinto de atividade. Outra questão a considerar são as várias tipologias de tarefas, analisando as vantagens e limitações de cada uma delas. Um aspeto especialmente importante das tarefas são as representações que lhes estão associadas, sendo necessário perceber como articular diferentes tipos de representações. Finalmente, uma questão a considerar tem a ver com o que acontece quando as tarefas são propostas na sala de aula? Como são interpretadas por professores e alunos? De que modo podem ser trabalhadas na sala de aula? Que dificuldades podem surgir nos alunos decorrentes da realização deste ou daquele tipo de tarefa e de que modo pode o professor lidar com estas dificuldades?

Tarefa e atividade

O termo “atividade” ocupa um lugar de grande evidência no vocabulário da educação matemática. A sua aceitação está certamente relacionada com a ideia que o aluno deve desempenhar um “papel ativo” no processo de aprendizagem. No entanto, a popularidade traz muitas vezes problemas imprevistos. Neste caso, a sobre utilização deste termo tornou o seu significado ambíguo, servindo com frequência para designar coisas muito diferentes como “exercício”, “projeto”, “problema”, “raciocínio”, etc.

Devemos começar por notar que a noção de atividade desempenha um papel fundamental numa teoria educacional designada precisamente por “teoria da atividade”, elaborada por psicólogos e educadores soviéticos, em especial Vygotsky, Leont’ev e

Galperin e descrita em referência à aprendizagem da Matemática por Christiansen e Walther (1986). Esta teoria distingue claramente entre atividade e tarefa:

A atividade humana realiza-se através de um sistema de ações, que são processos dirigidos para objetivos causados pelo motivo da atividade. A atividade é realizada através destas ações, que podem ser vistas como as suas componentes. A atividade existe apenas nas ações, mas atividade e ações são entidades diferentes. Por isso, uma ação específica pode servir para realizar diferentes atividades, e a mesma atividade pode dar origem a diferentes objetivos e desse modo iniciar diferentes ações ... Uma tarefa é então ... o objetivo de uma ação (Christiansen & Walther, 1986, pp. 255-256)

Atividade e tarefa são noções que estes educadores matemáticos consideram constituírem categorias didáticas básicas. Uma atividade pode incluir a execução de numerosas tarefas. Mais importante, a atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito essencialmente ao aluno e refere-se àquilo que ele faz num dado contexto. Pelo seu lado, a tarefa representa apenas o objetivo de cada uma das ações em que a atividade se desdobra e é exterior ao aluno (embora possa ser decidida por ele). Na verdade, as tarefas são usualmente (mas não necessariamente) propostas pelo professor, mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a atividades muito diversas (ou a nenhuma atividade).

No entender de Christiansen e Walther (1986) a proposta de tarefas e a condução da sua resolução na sala de aula constituem a principal forma como se ensina Matemática:

A tarefa proposta torna-se o objeto da atividade dos alunos e a proposta de tarefas em conjunto com as ações a elas respeitantes realizada pelo professor constitui o principal método pelo qual se espera que a Matemática seja transmitida aos alunos. (p. 224)

Mais adiante, estes autores chamam a atenção que as tarefas proporcionam uma oportunidade para o trabalho em Matemática, mas não apresentam diretamente os conceitos e procedimentos matemáticos. Ou seja, a aprendizagem resulta da atividade, não das tarefas, e o mais determinante são sempre as atitudes e concepções dos atores envolvidos.

A tarefa em si não ‘contém’ conceitos ou estruturas matemáticas. Uma *atividade* ‘cega’ numa *tarefa* não assegura que a aprendizagem ocorra como se pretende. A *tarefa* é interpretada sob influência de diversos fatores, e a *atividade* é condicionada pelas ações do professor, que são também realizadas e interpretadas segundo as atitudes e concepções, respetivamente, do professor e do aluno. (p. 250)

O primeiro documento português onde se refere com algum pormenor o conceito de atividade é *Renovação do Currículo de Matemática* (APM, 1988), que lhe dedica todo um capítulo. Nele lê-se, por exemplo, o seguinte:

A natureza das *atividades* dos alunos na aula de Matemática é uma questão central no ensino desta disciplina. A aprendizagem da Matemática é sempre produto da *atividade*, e se esta se reduz, por exemplo, à resolução repetitiva de exercícios para aplicação de certas fórmulas, é exatamente isto que se aprende e vai perdurar, enquanto ficar a memória das fórmulas. (pp. 55-56)

Nesta passagem, o que está em causa são as atividades que os alunos realizam na sala de aula, sendo sublinhada a sua importância para a aprendizagem.

As *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática* (NCTM, 1991/1994) são um documento de grande importância, empenhado na concretização de uma nova orientação curricular para o ensino da Matemática, que também assume a distinção entre tarefa e atividade. Logo no início apresenta o conceito de tarefa:

As tarefas são os projetos, questões, problemas, construções, aplicações, e exercícios em que os alunos se envolvem. Elas fornecem os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos. (p. 20)

Em resumo, as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma *tarefa* pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a *atividades* diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior. Pelo seu lado, uma atividade corresponde a uma

ou mais tarefas realizadas no quadro de uma certa situação. É pela sua atividade e pela sua reflexão sobre essa atividade que o aluno aprende mas é importante ter presente que esta depende de dois elementos igualmente importantes: (i) a tarefa proposta; e (ii) a situação didática criada pelo professor.

Orientações curriculares e tipologias de tarefas

As tarefas que o professor propõe na sala de aula marcam de forma fundamental o ensino que este realiza. O NCTM (1991/1994) indica que o professor de Matemática deve colocar tarefas aos alunos que sejam baseadas (i) em Matemática correta e significativa; (ii) no conhecimento das compreensões, interesses e experiências dos alunos, e (iii) no conhecimento das diversas maneiras como diferentes alunos aprendem Matemática. Além disso, aponta que as tarefas a propor devem:

- envolver os alunos em atividade intelectuais;
- desenvolver as compreensões e capacidades matemáticas dos alunos;
- estimular os alunos a fazer ligações e a desenvolver um quadro coerente de ideias matemáticas;
- exigir a formulação e resolução de problemas e o raciocínio matemático;
- promover a comunicação acerca da Matemática;
- representar a Matemática como uma atividade humana em constante desenvolvimento;
- mostrar sensibilidade apoiar-se nas experiências e disposições dos alunos;
- promover o desenvolvimento da disposição de todos os alunos para fazer Matemática.

Trata-se de características sem dúvida importantes e a ter em conta. Para saber de que modo podem ser concretizadas vários autores têm procurado desenvolver tipologias de tarefas e discutido o modo de as trabalhar na sala de aula.

Uma primeira distinção básica é feita por George Pólya (1945/2003), entre exercício e problema. O ensino tradicional é muito marcado pelo exercício, que se caracteriza por ser uma questão para cuja resolução o aluno dispõe já de um método de solução apropriado. Toda a tentativa de formular uma orientação curricular alternativa ao currículo tradicional passa por caracterizar outros tipos de tarefa que

possam ampliar a experiência matemática dos alunos. Um tipo de tarefa bem distinto do exercício é um problema, uma questão que requer da parte do aluno a conceção de uma estratégia de resolução para ele desconhecida. No entanto, a noção de problema revela-se, ela própria, problemática, havendo muitos entendimentos do que é ou não é um problema e, especialmente, um bom problema para propor aos alunos. Será que os problemas que aparecem nos manuais, às vezes numa seção à parte, são tarefas que podem ajudar a dar corpo a uma orientação curricular alternativa?

Tomado como ponto de partida a distinção entre problema e exercício, Paulo Abrantes (1989) retoma a distinção entre exercício e problema e caracteriza diversos tipos de problemas: de palavras (“*word problem*” ou problemas verbais), para equacionar, para demonstrar, para descobrir, da vida real, situação problemática e situação. Valoriza sobretudo as três últimas categorias, que se destacam pela sua relação próxima com a realidade e, em especial, pela sua natureza aberta.

Aprofundando também a distinção entre problema e exercício de George Pólya (2003), Mary Kay Stein e Margaret Smith (1998) apresentam uma tipologia sobre as tarefas usadas na aula como base da aprendizagem dos alunos. Distinguem entre as tarefas com “baixo” e “alto” nível de exigência cognitiva. Nas tarefas de baixo nível cognitivo distinguem entre (i) memorização e (ii) procedimentos sem conexões. Nas tarefas com alto nível de exigência cognitiva distinguem entre (iii) procedimentos com conexões e (iv) fazendo Matemática. Ilustram estas diferentes categorias de tarefas com exemplos relativos à determinação da relação entre um dado número na forma de fração, na forma decimal e como percentagem.

Ole Skovsmose (2000), pelo seu lado, contrapõe “exercícios” e “cenários de investigação”, campo onde inclui o trabalho de projeto. Indica que um cenário para investigação é um contexto de trabalho que convida os alunos a formularem questões e a procurarem explicações. Sublinha, no entanto, que para que isso aconteça é necessário que os alunos aceitem o convite que lhes é feito pelo professor. Defende também que as tarefas podem remeter para três grandes tipos de referências – à Matemática, à vida real e ao que designa de “semi-realidade” – ou seja, situações com a aparência de reais, mas que na verdade são artificiais e concebidas exclusivamente para a aprendizagem. Deste modo, identifica seis tipos de ambientes de aprendizagem (Quadro 1).

Quadro 1 – Exercícios e cenários para investigação (Skovsmose, 2000)

	Exercícios	Cenários para Investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Skovsmose (2000) tem o cuidado de dizer que as linhas divisórias entre os seis ambientes são fluidas e que os alunos se movem frequentemente entre diferentes ambientes de aprendizagem. Indica, também, que a educação matemática não deve situar-se exclusivamente num dos ambientes mas sim mover-se entre eles. Para o autor, as duas colunas da tabela correspondem a duas tradições distintas – a Matemática escolar e a Matemática investigativa – e dá vários exemplos como o “planeamento de um parque infantil”, o “trabalho num escritório”, a “grande corrida de cavalos” e o “projeto energia”. Sublinha que o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos requer que estes sejam convidados a realizar Matemática investigativa. Aponta, ainda, as dificuldades que um trabalho deste tipo traz para o professor, obrigando-o a modificar o “contrato didático” implicitamente estabelecido com os alunos, retirando-o da “zona de conforto” e colocando-o numa “zona de risco”, para o que tem toda a vantagem em se apoiar num trabalho colaborativo a realizar com os seus colegas de profissão.

Uma outra tipologia para as tarefas é dada por David Kirshner (2000). Este autor toma como ponto de partida a intenção do professor, distinguindo entre exercícios, provas (“*probes*”) e puzzles. Para ele, os exercícios são tarefas escolhidas dentro de um certo domínio ao serviço da habituação do aluno, tendo em vista o refinamento de habilidades (“*skills*”) e a aprendizagem de memória (“*rote learning*”). As provas são as tarefas ou questões que têm em vista avaliar a compreensão dos alunos, ao mesmo tempo que servem como veículos para a sua aprendizagem. Finalmente, os puzzles ou problemas não-rotineiros são as tarefas para as quais a pessoa não dispõe de um método de resolução, necessitando de empregar a sua “persistência, curiosidade, coragem, criatividade, iniciativa e sensibilidade estética” (p. 12).

Mais recentemente, Torulf Palm (2009) tem vindo a desenvolver o que designa por “teoria das situações autênticas”. Centrando a sua atenção nos problemas verbais, caracteriza-os como descrições em linguagem textual de situações que se assumem ser compreensíveis para o leitor e nas quais as questões matemáticas

podem ser contextualizadas. Nestas questões inclui tanto tarefas puramente matemáticas apresentadas como problemas em contextos reais como tarefas que requerem a realização do ciclo completo de modelação. Assume, no entanto, que existem problemas “pseudo-realísticos”, que requerem que os alunos pensem de modo diferente do que pensariam num contexto real e refere a tendência que estes manifestam, na resolução destes problemas, de não fazerem uso dos seus conhecimentos do mundo real e suspenderem a exigência que a solução faça sentido em relação com a situação extra-aula descrita na tarefa.

Na sua teoria das situações autênticas, Palm (2009) considera que o fundamental é que as tarefas sejam “representativas”, o que, por sua vez depende do modo como traduzem uma situação de forma completa (“*comprehensiveness*”) e fidedigna (“*fidelity*”). Aponta, ainda, diversos fatores que, na sua perspetiva, são decisivos para esta representatividade, tais como os acontecimentos, a questão a resolver, a informação e os dados indicados (na sua existência, realismo e especificidade), a apresentação (no seu modo e na sua linguagem), as estratégias de solução (disponibilidade e plausibilidade experimentadas), as circunstâncias (disponibilidade de ferramentas externas, orientação, consulta e colaboração, oportunidades de discussão, tempo e consequências), as exigências da solução (método de solução e resposta final), e o propósito no contexto apresentado. O autor considera que existe uma correlação positiva entre a representatividade das tarefas apresentadas, tal como experimentada pelos alunos, e a semelhança dos comportamentos em situações dentro e fora da escola. Indica, no entanto, que os aspetos que afetam a representatividade variam de tarefa para tarefa. Finalmente, defende que a realização repetida de problemas verbais com alto grau de representatividade e que incluem contextos significativos para os alunos tende a levá-los a envolvimento cada vez mais fortes

Ponte (2005) considera que duas dimensões fundamentais das tarefas são o seu grau de desafio matemático e o seu grau de estrutura. O grau de desafio matemático depende da perceção da dificuldade da questão, variando entre o “reduzido” e “elevado”. Por outro lado, o grau de estrutura varia entre os polos “aberto” e “fechado”. Numa tarefa fechada é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta comporta alguma indeterminação pelo menos num destes aspetos. Cruzando as duas dimensões, obtêm-se quatro tipos de tarefa:

- Um *exercício* é uma tarefa fechada e de desafio reduzido;
- Um *problema* é uma tarefa também fechada, mas com desafio elevado;
- Uma *investigação* é uma tarefa aberta com desafio elevado;
- Uma *exploração* é uma tarefa aberta e acessível à maioria dos alunos.

Tal como Skovsmose, também este autor aponta que nem sempre é muito nítida a linha de demarcação entre os diferentes tipos de tarefa. Por exemplo, uma certa tarefa pode ser uma exploração ou um exercício, conforme os conhecimentos prévios dos alunos. Contrariando a ideia que os alunos não podem realizar uma tarefa se não tiverem sido ensinados diretamente a resolvê-la, indica que estes aprendem fora da escola muitos conhecimentos que podem mobilizar na aula de Matemática – e é isso que se procura potenciar na abordagem exploratória. Valoriza assim a (re)descoberta pelos alunos de métodos próprios para resolver uma questão, sublinhando que essa é muitas vezes a melhor forma de aprender.

Ponte (2005) aponta ainda a duração e o contexto como dimensões importantes. As tarefas de longa duração, como os projetos, podem ser muito ricas, conduzindo a aprendizagens profundas e interessantes, mas também comportam o risco dos alunos se dispersarem. Finalmente, o contexto constitui outra dimensão a ter em conta, distinguindo entre as tarefas enquadradas num contexto da realidade e as tarefas formuladas em termos puramente matemáticos. Refere, a propósito, que as tarefas de modelação apresentam um contexto de realidade, se revestem muitas vezes de natureza desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do seu enunciado. Também se fala em muitas vezes em tarefas de aplicação da Matemática, que, na maior parte dos casos, são exercícios ou problemas de aplicação de conceitos e ideias Matemáticas.

No seu trabalho de planificação, o professor considera habitualmente diversos tipos de tarefa. Ponte (2005) refere que essa diversificação é necessária porque cada tipo de tarefa desempenha o seu papel relativamente à aprendizagem:

- As tarefas de natureza mais *fechada* (exercícios, problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.
- As tarefas de natureza mais *acessível* (explorações, exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua autoconfiança.

- As tarefas de natureza mais *desafiante* (investigações, problemas), pela sua parte, são indispensáveis para que os alunos tenham uma efetiva experiência matemática.
- As tarefas de cunho mais *aberto* são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, etc. (p. 26)

No que se refere aos contextos e à complexidade do trabalho a realizar, Ponte (2005) considera que se podem também diversificar as tarefas a propor aos alunos. Sugere que “para que os alunos se apercebam do modo como a Matemática é usada em muitos contextos e para tirar partido do seu conhecimento desses contextos é fundamental que lhes seja proposta a realização de tarefas enquadradas em *contextos da realidade* (tarefas de aplicação e de modelação)” (p. 26). Aponta, contudo, que “os alunos podem também sentir-se desafiados por tarefas formuladas em *contextos matemáticos* (investigações, problemas, explorações) e a sua realização permite-lhes perceber como se desenvolve a atividade matemática dos matemáticos profissionais” (p. 26). E sublinha, igualmente, o papel que considera insubstituível das “tarefas de *longa duração* (os projetos) ... no desenvolvimento de diversos objetivos curriculares” (p. 26).

Mais do que tarefas isoladas, o professor tem de organizar para os seus alunos sequências de tarefas devidamente organizadas, de modo a estes possam atingir os objetivos de aprendizagem previstos. A este respeito, Ponte (2005) refere, ainda, que, para além da diversificação das tarefas, é importante que estas proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos, a compreensão dos procedimentos, o conhecimento das formas de representação relevantes e das conexões de cada conceito dentro da Matemática e com outros domínios. Indica que, para isso, é preciso fazer escolhas e estabelecer percursos de ensino com tarefas cuidadosamente selecionadas.

Representações matemáticas

Na resolução de uma tarefa é decisivo o modo como os alunos interpretam as representações indicadas nos enunciados e como criam e interpretam as suas próprias representações. Uma representação é “uma configuração que representa algo, de alguma forma” (Goldin, 2008, p. 180). Bruner (1999) distingue entre representações ativas, icónicas e simbólicas:

O que queremos dizer com representação? O que significa traduzir a experiência num modelo do mundo? A minha sugestão é que os seres humanos têm provavelmente três maneiras diferentes de realizarem esta proeza. A primeira é através da ação. Conhecemos muitas coisas para as quais não há imagética nem palavras e é muito difícil ensiná-la através de palavras, diagramas ou imagens (...) Há um segundo sistema de representação que depende da organização visual ou outra organização sensória e do recurso a imagens de resumo (...) A primeira forma de representação veio a ser designada como *ativa* e a segunda como *icónica* (...). Por fim, há a representação por palavras ou linguagem. O seu traço distintivo é ser *simbólica* por natureza (...) (pp. 27-29)

Em Matemática os objetos são abstrações que não existem no mundo real, só sendo possível pensar neles através de representações. No entanto, a relação entre a representação e o objeto não é biunívoca. Assim, um dado objeto matemático pode ter diversas representações – por exemplo, o número natural quatro pode ser representado por “4” (dígito), “IV” (numeração romana), “100” (no sistema binário), “quatro” (palavra da língua portuguesa), “four” (em inglês), “●●●●”, etc. Além disso, uma certa representação pode designar diferentes objetos, consoante o contexto – por exemplo, o sinal de = tanto pode representar uma equivalência como o resultado de uma operação. Por isso, não podemos interpretar uma representação matemática a não ser num contexto bem determinado e à luz de um sistema de representação com as suas regras e significados. Duval (2006) salienta que os objetos matemáticos não devem ser confundidos com a sua representação e refere que este é um dos grandes problemas da compreensão matemática. Uma vez que não é possível aceder a um objeto matemático sem o representar, é sempre ambígua a distinção entre o objeto e a sua representação.

Goldin (2008) distingue entre representações externas e internas. As representações externas, também designadas de semióticas, têm existência física, seja em papel, seja num ecrã de computador, seja noutro suporte. É o caso, por exemplo, de símbolos que representam os números e suas operações, notação algébrica, comandos da linguagem Logo, sistemas geométricos como a reta numérica e gráficos cartesianos, e outros diagramas. Bishop e Goffree (1986) categorizam as representações que se podem encontrar nas aulas de Matemática em quatro grupos principais – *símbolos*

matemáticos, linguagem verbal, figuras e objetos – e indicam que “cada um destes tipos tem o seu próprio vocabulário ou código que precisa ser apreendido de forma a compreender as ideias matemáticas expressas” (p. 34). As figuras, imagens, ícones, etc. dão origem ao que podemos designar por *representações pictóricas*.

As representações internas emergem no decurso da atividade do indivíduo, nas suas interações com os contextos material e social. Duval (2004) refere que os registos semióticos de representação constituem “a margem de liberdade de um sujeito para objetivar ele mesmo uma ideia ainda confusa, um sentimento latente, para explorar as informações ou, simplesmente, para as comunicar a um interlocutor” (p. 30). Daí, o interesse em estimular os alunos a produzirem as suas representações próprias, como suporte para a aprendizagem. As representações externas que um aluno produz são fáceis de observar mas o mesmo não se passa com as suas representações internas. No entanto, pode procurar-se interpretar as representações externas usadas pelo aluno no decurso da realização de uma tarefa para perceber a sua representação interna e o seu raciocínio.

Webb, Boswinkel e Dekker (2008) argumentam que um mesmo conceito admite representações informais, pré-formais e formais. Nas representações informais os conceitos são abordados de forma concreta e em contexto familiar, nas pré-formais surgem aspetos progressivamente mais abstratos, e as formais assumem forma simbólica própria da Matemática convencional. Consideram importante que os alunos possam trabalhar com informais e pré-formais como preparação para o trabalho posterior com representações formais, de natureza simbólica, usualmente consideradas como as representações matemáticas convencionais. Defendem mesmo que, ao trabalhar com representações formais, há grande vantagem que os alunos possam recorrer a representações informais e pré-formais.

Para além de conhecerem diversas representações, os alunos têm de aprender a transformar representações. Duval (2004, 2006) apresenta duas transformações de representações que considera distintas: tratamentos e conversões. Os tratamentos são transformações que ocorrem dentro de um mesmo registo, como resolver equações ou sistemas de equações, realizar um cálculo sem sair de um dado sistema de notação ou ainda completar uma figura utilizando critérios ou simetria. As conversões são transformações que consistem em transformar uma representação de um registo para outro registo, como a passagem de uma equação algébrica para a sua representação gráfica ou a passagem de um enunciado ou

afirmação em linguagem natural para linguagem simbólica. O NCTM (2007) refere que “representações distintas focam, geralmente, aspetos diferentes de relações e conceitos complexos” pelo que, para se tornarem conhecedores de conceitos matemáticos, “os alunos necessitam de uma diversidade de representações que suportem a sua compreensão” (p. 77). Para Duval (2004), a aprendizagem da Matemática requer a diversificação dos registos de representação, a diferenciação entre representante e representado e a coordenação dos diferentes registos.

Na sala de aula

O modo como as tarefas são trabalhadas na sala de aula tem uma influência decisiva na aprendizagem dos alunos. Stein e Smith (1998) abordam este assunto propondo um quadro relativo à realização das tarefas matemáticas na sala de aula no qual distinguem três fases (Figura 1): (i) as tarefas como aparecem nos materiais curriculares; (ii) como são apresentadas pelo professor; (iii) como são realizadas pelos alunos. A sua tese é que, muitas vezes, a natureza da tarefa muda quando se passa de uma fase a outra. Ou seja, a tarefa que o professor apresenta aos alunos, muitas vezes escrita no quadro e complementada com alguma informação oral, não é a exatamente a mesma tarefa que aparece nos materiais curriculares (principalmente o manual do aluno). Por outro lado, por diferenças de interpretação, ou por terem tido informações adicionais do próprio professor, ou de outras fontes, a tarefa que os alunos fazem muitas vezes não é a mesma que o professor apresentou no início. Tendo por base os casos de diversos professores, as autoras apontam fatores que contribuem para o sucesso ou fracasso de uma tarefa, dando especial destaque aos fatores associados com a manutenção de níveis cognitivos elevados ou com o seu declínio.

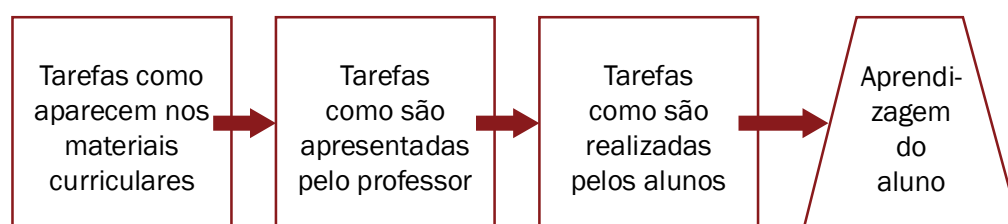


Figura 1 – Quadro para a análise das tarefas matemáticas (adaptado de Stein & Smith, 1998).

Pelo seu lado, Sullivan (2008), reconhece que alguns alunos são capazes de se envolver muito ativamente na resolução de uma tarefa aberta, ou de nível cognitivo elevado, enquanto outros precisam de um apoio adicional por parte do professor. Graduar esse apoio, sem pôr em causa as potencialidades educativas da tarefa, constitui um desafio adicional para o professor.

A concluir

Em síntese, a importância das tarefas como ponto de partida para a aprendizagem dos alunos é hoje amplamente reconhecida. Isso, aliás, também aconteceu no passado, levando numerosos autores a investir na produção de materiais didáticos onde surgiam tarefas dos mais diversos tipos, embora, frequentemente usando terminologias muito diversas. A novidade, hoje em dia, está numa maior diferenciação entre diversos tipos de tarefa e na compreensão que estas, para além de proporcionarem uma oportunidade de trabalhar certos conceitos e procedimentos matemáticos, têm de atender a aspetos fundamentais da aprendizagem relacionados com o modo como o aluno constrói o seu conhecimento trabalhando em diversos contextos. Outro aspeto igualmente importante é a compreensão da importância das diferentes representações que podem surgir e ser usadas na resolução das tarefas, bem como nos processos que ocorrem na sala de aula no trabalho com diferentes tipos de tarefa e que podem enriquecer ou empobrecer de modo muito significativo as experiências de aprendizagem dos alunos.

Referências

- Abrantes**, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, 7-10 e 35.
- APM** (1988). *A renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- Bishop**, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Bruner**, J. (1999). *Para uma teoria da educação*. Lisboa: Relógio d'Água.
- Christiansen**, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.

- Duval, R.** (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. Bagotá: Merlín,
- Duval, R.** (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 103-131.
- Goldin, G.** (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 178-203). New York, NY: Routledge.
- Kirshner, D.** (2000). Exercises, probes, puzzles: A crossdisciplinary typology of school mathematics problems. *Journal of Curriculum Theorizing*, 16(2), 9-36.
- NCTM** (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: IIE e APM.
- OCDE** (2004). *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003*. Paris: OCDE.
- Palm, T.** (2009). Theory of authentic task situations. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19). Rotterdam: Sense.
- Pólya, G.** (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva. (Edição original de 1945)
- Ponte, J. P.** (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Skovsmose, O.** (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 14, 66-91.
- Stein, M. K., & Smith, M. S.** (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Sullivan, P.** (2008). Developing mathematical connections and fostering procedural fluency: Are they in tension? In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the International PME Conference* (Vol. 4, pp. 305-312). Morelia, Mexico.
- Webb, D. C., Boswinkel, N., & Dekker, T.** (2008). Beneath the tip of the iceberg. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(2), 110-113.